

# Modèle relationnel

Serge Abiteboul

INRIA

April 3, 2009

# Introduction

Modèle de bases de données :

LDD (langage de définition de données) +

LMD (langage de manipulation de données)

Modèle relationnel (Ted Codd 1970) :

Données sont structurées en tables

Langages : algèbre, calcul, SQL

Bases : calcul des prédicats du 1er ordre

# Langage de définition de données

Table : *relation*, e.g., *Film*

Colonnes : *attribut*, e.g., *Titre*

Lignes : *n-uplet* (ou enregistrement)

Alphabets

- Attributs : **att**
- Constantes (entrées des tables) : **dom**
- Noms de relations : **relname**
- Variables : **var**

À chaque nom de relation  $R$  est associé un ensemble d'attributs  $sort(R)$

- e.g.,  $sort(Pariscope) = \{Salle, Titre, Horaire\}$

# Base de données Cinéma

<i>Film</i>	<i>Titre</i>	<i>Directeur</i>	<i>Acteur</i>
	The Trouble with Harry	Hitchcock	Gwenn
	The Trouble with Harry	Hitchcock	Forsythe
	The Trouble with Harry	Hitchcock	MacLaine
	The Trouble with Harry	Hitchcock	Hitchcock
		. . .	
	Cries and Whispers	Bergman	Andersson
	Cries and Whispers	Bergman	Sylwan
	Cries and Whispers	Bergman	Thulin
	Cries and Whispers	Bergman	Ullman

## Base de données Cinéma (2)

<i>Coordonnées</i>	<i>Salle</i>	<i>Adresse</i>
	Gaumont Opéra	31 bd. des Italiens
	Saint André des Arts	30 rue Saint André des Arts
	Le Champo	51 rue des Ecoles
		. . .
	Georges V	144 av. des Champs-Élysées
	Les 7 Montparnassiens	98 bd. du Montparnasse

## Base de données Cinéma (3)

<i>Pariscope</i>	<i>Salle</i>	<i>Titre</i>	<i>Horaire</i>
	Gaumont Opéra	Cries and Whispers	20:30
	Saint André des Arts	The Trouble with Harry	20:15
	Georges V	Cries and Whispers	22:15
		. . .	
	Les 7 Montparnassiens	Cries and Whispers	20:45

# Schémas et instances

Schéma de relation : nom de relation  $R$

- on l'écrit parfois  $R[\text{sort}(R)]$  e.g., Pariscope [Salle, Titre, Horaire]
- en pratique  
relation Coordonnées ( Salle: string, Ad: string, Tél: int)

Schéma de base de données : ensemble de noms de relations

- $BD = \{ \text{Film}, \text{Coordonnées}, \text{Pariscope} \}$

Nuplet sur un ensemble d'attributs  $U$

- Une fonction de  $U$  dans **dom**
- $\langle \text{Salle} : G5, \text{Titre} : CaW, \text{Horaire} : 20 \rangle$

Instance de  $R$  ou une relation sur  $U = \text{sort}(R)$  : ensemble fini de nuplets sur  $U$

Instance  $I$  d'un schéma de base de données  $\mathbf{R}$

- Une fonction dont le domaine est  $\mathbf{R}$
- pour chaque  $R$  dans  $\mathbf{R}$ ,  $I(\mathbf{R})$  instance de  $R$ .

## Autre formalisme possible

colonnes numérotées au lieu d'être nommées

$n$ -uplet : élément du produit cartésien **dom** <sup>$n$</sup>

e.g.,  $\langle abdf, dghjac, kadgfd \rangle$

Terminologie base de données

$$I(R) = \{f_1, f_2, f_3\}$$

$$f_1(A) = a \quad f_1(B) = b$$

$$f_2(A) = c \quad f_2(B) = b$$

$$f_3(A) = a \quad f_3(B) = a$$

$$I(S) = \{g\}$$

$$g(A) = d$$

Terminologie programmation logique

$$I = \{R(a, b), R(c, b), R(a, a), S(d)\}.$$



# Requêtes conjonctives

Langage très limité mais essentiel

3 paradigmes: algébriques, logiques, tabulaires

- 1 Algèbre PSJR
- 2 Calcul conjonctif (sous ensemble calcul des prédicats)
- 3 Règles conjonctives
- 4 ( Tableaux )

# Exemples

Qui est le directeur de “Straw Dogs”?

Quelles salles affichent “Straw Dogs”?

Quels sont l’adresse et le numéro de téléphone du Studio?

Donner les noms et adresses des salles affichant un film de Bergman.

Quels sont les directeurs qui ont joué dans un film qu’ils ont dirigé.

Donner les paires de personnes telles que la première a dirigé la seconde, et vice versa;

## Formalisons l'intuition

Donner les noms et adresses des salles affichant un film de Bergman.  
Intuitivement (variables nuplets),

**si** les n-uplets  $r_1, r_2, r_3$  respectivement dans les relations  
*Film*, *Pariscopes*, *Coordonnées* sont **tels que**  
le *Directeur* dans  $r_1$  est "Bergman"  
**et** les *Titres* dans  $r_1$  et  $r_2$  sont les mêmes  
**et** les *Salles* dans n-uplet  $r_2$  et  $r_3$  sont les mêmes  
**alors** nous voulons les *Salle* et *Adresse* du n-uplet  $r_3$ .

Intuitivement (variables domaines)

**si** les n-uplets  $\langle x_{ti}, \text{"Bergman"}, x_{ac} \rangle$ ,  $\langle x_{sa}, x_{ti}, x_s \rangle$  et  $\langle x_{sa}, x_{ad}, x_p \rangle$ ,  
sont respectivement, dans les relations  
*Film*, *Pariscopes* et *Coordonnées*  
**alors** inclure le n-uplet  $\langle \text{Salle} : x_{sa}, \text{Adresse} : x_{ad} \rangle$  dans la réponse,

où  $x_{ti}, x_{ac}, \dots$  sont des variables.

# Une syntaxe: règles conjonctives

Syntaxe utilisant des règles

$$ans(x_{sa}, x_{ad}) \leftarrow \text{Film}(x_{ti}, \text{"Bergman"}, x_{ac}), \text{Pariscopes}(x_{sa}, x_{ti}, x_s), \\ \text{Coordonnees}(x_{sa}, x_{ad}, x_p)$$

# Règles conjonctives

Une *règle* conjonctive sur **R** est une expression  $q$  de la forme:

$$ans(u) \leftarrow R_1(u_1), \dots, R_n(u_n)$$

- $n \geq 0$ ,  $R_1, \dots, R_n \in \mathbf{R}$
- $ans \notin \mathbf{R}$
- $u, u_1, \dots, u_n$  n-uplets libres (i.e., variables + constantes) de bonnes arités
- chaque variable apparaissant dans  $u$  doit aussi apparaître au moins une fois dans  $u_1, \dots, u_n$ .

$R_1(u_1), \dots, R_n(u_n)$  : *corps*

$ans(u)$  : *tête*.

Intuition: usine à fournir des faits

# Requêtes conjonctives

Valuation:  $V$  un ensemble de variables, une *valuation* est une fonction  $\nu$  de  $V$  dans **dom**. Pour chaque constante  $a$ ,  $\nu(a) = a$

$$q(\mathbf{I}) = \{ \nu(u) \mid \nu \text{ est une valuation sur } \text{var}(q) \text{ et } \nu(u_i) \in \mathbf{I}(R_i), \\ \text{pour chaque } i \in [1, n] \}.$$

Exemple:

Domaine actif:  $\text{adom}(\mathbf{I})$  est l'ensemble des constantes apparaissant dans  $\mathbf{I}$ ; similarly  $\text{adom}(q)$ ,  $\text{adom}(q, \mathbf{I})$

$\text{adom}(q(\mathbf{I})) \subseteq \text{adom}(q, \mathbf{I})$  (donc  $q(\mathbf{I})$  est fini)

# Une autre syntaxe: Calcul conjonctif

## Requête

$$ans(x_{sa}, x_{ad}) \leftarrow Film(x_{ti}, \text{"Bergman"}, x_{ac}), Pariscope(x_{sa}, x_{ti}, x_s), \\ Coordonnees(x_{sa}, x_{ad}, x_p)$$

virgule devient  $\wedge$  (conjonction)

variables non dans le résultat sont existentielles  $\exists$

En calcul conjonctif

$$\{x_{sa}, x_{ad} \mid \exists x_{ti} \exists x_{ac} \exists x_s \exists x_p (Film(x_{ti}, \text{"Bergman"}, x_{ac}) \wedge \\ Pariscope(x_{sa}, x_{ti}, x_s) \wedge \\ Coordonnees(x_{sa}, x_{ad}, x_p))\}$$

Imbrication : Elle s'exprime aussi par:

$$\{x_{sa}, x_{ad} \mid \exists x_{ti} \exists x_{ac} \exists x_s (Film(x_{ti}, \text{"Bergman"}, x_{ac}) \wedge \\ Pariscope(x_{sa}, x_{ti}, x_s)) \wedge \\ \exists x_p (Coordonnees(x_{sa}, x_{ad}, x_p))\}$$

## Formalisme graphique : tableaux

Langage Query-By-Example (QBE).

Les identificateurs commençant par ‘\_’ désignent variables (des “exemples” dans la terminologie QBE)

‘P.’ indique ce qu’il faut imprimer.

<i>Film</i>	<i>Titre</i>	<i>Directeur</i>	<i>Acteur</i>
	_The Seventh Seal	Bergman	

<i>Pariscope</i>	<i>Salle</i>	<i>Titre</i>	<i>Horaire</i>
	_Rex	_The Seventh Seal	

<i>Coordonnées</i>	<i>Salle</i>	<i>Adresse</i>	<i>Téléphone</i>
	P._Rex	P._1 bd. Poissonnière	

Une requête en QBE

Nombreuses interfaces graphiques, e.g., Microsoft Access



# Algèbre : PSJR

Langage procédural (algèbre)  $\neq$  déclaratif

Facile à implanter

Compiler : calcul  $\rightarrow$  algèbre

Opérations

- 1 Projection: ne garder que certaines colonnes
- 2 Sélection: enlever des lignes suivant un critère
- 3 Jointure: faire un pont entre deux tables
- 4 Renommage: renommer attributs d'une table

Problème des dupliquets

# Algèbre : PSJR

$R$	
$A$	$B$
1	2
4	2
6	6
7	7
1	7
1	6

$S$	
$B$	$C$
2	3
2	5
9	1
8	8

$R$	$\bowtie$	$S$
$A$	$B$	$C$
1	2	3
1	2	5
4	2	3
4	2	5

$\sigma_{A=1}(R)$	
$A$	$B$
1	2
1	7
1	6

$\delta_{B:B',C:A}(S)$	
$B'$	$A$
2	3
2	5
9	1
8	8

$\pi_A(R)$
$A$
1
4
6
7

# Algèbre

Algèbre SPJR: *sélection* ( $\sigma$ ), *projection* ( $\pi$ ), *jointure* ( $\bowtie$ ), *renomage* ( $\delta$ )

**Sélection:**  $\sigma_{A=c}$  et  $\sigma_{A=B}$ , ( $A, B \in \mathbf{att}$ ,  $a \in \mathbf{dom}$ )

$$\sigma_{A=c}(I) = \{t \in I \mid t(A) = c\} \text{ et } \sigma_{A=B}(I) = \{t \in I \mid t(A) = t(B)\}.$$

**Projection:**  $\pi_{A_1, \dots, A_n}$  ( $n \geq 0$ ,  $A_1, \dots, A_n \in \mathbf{att}$ )

$$\pi_{A_1, \dots, A_n}(I) = \{\langle A_1 : t(A_1), \dots, A_n : t(A_n) \rangle \mid t \in I\}$$

$$\pi_{A_1, \dots, A_n}(I) = \{t|_{A_1, \dots, A_n} \mid t \in I\}.$$

**Jointure (Naturelle):**

$sort(I) = V$ ,  $sort(J) = W$ ,  $sort(I \bowtie J) = V \cup W$

$$I \bowtie J = \{t \text{ sur } V \cup W \mid \text{pour } v \in I \text{ et } w \in J, t|_V = v \text{ et } t|_W = w\}$$

$sort(I) = sort(J)$ ,  $I \bowtie J = I \cap J$

$sort(I) \cap sort(J) = \emptyset$ ,  $I \bowtie J = I \times J$  (p. cartésien).

# Algèbre - dernière opération

## Renommage:

utilise une fonction injective de  $U = A_1 \dots A_n$  dans **att** que l'on notera  $A_1/B_1, \dots, A_n/B_n$ .

$$\delta_{A_1/B_1, \dots, A_n/B_n}(I) = \{v \text{ sur } B_1, \dots, B_n \mid \text{pour } u \in I, \\ v(B_i) = u(A_i) \text{ pour tout } i \in [1..n]\}$$

# Composition

## Requêtes de base

(i) chaque input relation  $R$ ,  $[R]$  est une requête

(ii) pour chaque  $a \in \mathbf{dom}$  et  $A \in \mathbf{att}$ ,  $\{\langle A : a \rangle\}$

+ les 4 opérations

## Exemple

- $I_1 := \sigma_{Directeur="Bergman"}(Film)$ .
- $I_2 := \pi_{Titre}(I_1)$ .
- $I_3 := I_2 \bowtie Pariscope$
- $I_4 := \pi_{Salle\ Titre}(I_3)$ .
- $\pi_{Salle\ Titre}(\pi_{Titre}(\sigma_{Directeur="Bergman"}(Film)) \bowtie Pariscope)$ , ou
- $\pi_{Salle\ Titre}(\sigma_{Directeur="Bergman"}(Film \bowtie Pariscope))$

## Arbres de requêtes, réécritures, optimisation

# Théorème d'équivalence

$q$  est exprimable comme une règle conjonctive  
ssi  $q$  est exprimable dans le calcul conjonctif  
ssi  $q$  est exprimable dans l'algèbre PSJR

Règle  $\Rightarrow$  Calcul : évident

Calcul  $\Rightarrow$  Algèbre

$\exists$  par projection,  $\wedge$  par jointure

Algèbre  $\Rightarrow$  Règle

On se ramène à la forme

$$(\dagger) \pi(\sigma_{\gamma_1}(\delta|f_1(R_1)) \bowtie \dots \bowtie \sigma_{\gamma_n}(\delta|f_n(R_n)))$$

En utilisant, des équivalences algébriques

# Equivalences algébriques

$$\sigma_F(\sigma_{F'}(q)) \leftrightarrow \sigma_{F'}(\sigma_F(q))$$

$$\pi_X(\pi_Y(q)) \leftrightarrow \pi_{X \cap Y}(q)$$

$$\sigma_F(\pi_X(q)) \leftrightarrow \pi_X(\sigma_F(q))$$

si  $F$  porte sur des attributs de  $X$

$$q_1 \bowtie q_2 \leftrightarrow q_2 \bowtie q_1$$

$$\sigma_F(q_1 \bowtie q_2) \rightarrow \sigma_F(q_1) \bowtie q_2$$

si  $F$  porte sur des attributs  
de  $\text{sort}(q_1)$

$$\pi_X(q_1 \bowtie q_2) \rightarrow \pi_X(q_1) \bowtie \pi_X(q_2) \quad \text{si } \text{sort}(q_1) \cap \text{sort}(q_2) \subseteq X$$

## Résultats

Les requêtes exprimables comme des règles conjonctives sans constantes sont satisfaisables: pour tout  $q$ , il existe  $I$  tel que  $q(I) \neq \emptyset$ .

- Avec constantes:  $\sigma_{A=0}(R) \bowtie \sigma_{A=1}(R)$  Non!

Les requêtes conjonctives sont monotones: pour tout  $I, J$ , pour tout  $q$ ,

$$I \subseteq J \Rightarrow q(I) \subseteq q(J)$$

Fermeture sous composition

$$\begin{aligned} S_1(x, z) &\leftarrow Q(x, y), R(y, z, w) \\ S_2(x, y, z) &\leftarrow S_1(x, w), R(w, y, v), S_1(v, z) \\ S_3(x, z) &\leftarrow S_2(x, u, v), Q(v, z) \end{aligned}$$

Peut être obtenu directement

$$\begin{aligned} S_2(x, y, z) &\leftarrow Q(x, y_1), R(y_1, w, w_1), R(w, y, v), Q(v, y_2), R(y_2, z, w_2) \\ S_3(x, z) &\leftarrow Q(x, y_1), R(y_1, w, w_1), R(w, u, v_1), Q(v, y_2), R(y_2, v, w_2), Q(v, z) \end{aligned}$$



# Exercices

Soit le schéma suivant :

Salle (Nom Horaire Titre)

Film (Titre Réalisateur Acteur)

Produit (Producteur Titre)

Vu (Spectateur Titre)

Aime (Spectateur Titre)

## Exercices (2)

Écrire en algèbre, en calcul n-uplet et domaine.

- 1 Où et quand peut on voir le film “Mad Max...”?
- 2 Quels sont les films réalisés par Welles ?
- 3 Quels sont les acteurs de “Ran” ?
- 4 Où peut-on voir un film où joue Signoret ?
- 5 Quels sont les acteurs qui ont produit un film ?
- 6 Quels acteurs produisent un film dans lequel ils jouent ?
- 7 Quels sont les acteurs qui jouent dans les films de Truffaut ?
- 8 Quels acteurs jouent dans tous les films de Welles ?
- 9 Qui produit tous les films de Kurosawa ?
- 10 Quels spectateurs voient tous les films ?

## Exercices (3)

- 1 Quels sont les spectateurs qui aiment tous les films qu'ils voient ?
- 2 Où peut on voir M. Brando après 16h ?
- 3 Quels films ne passent dans aucune salle ?
- 4 Qui produit un film qui ne passe dans aucune salle ?
- 5 Quels producteurs voient tous les films qu'ils produisent ?
- 6 Quels producteurs voient tous les films de Kurosawa ?
- 7 Quels spectateurs aiment un film qu'ils n'ont pas vu ?
- 8 Qui n'aime aucun film ?
- 9 Qui ne produit aucun film de Doillon ?
- 10 Quels sont les producteurs qui ne voient que les films qu'ils produisent ?

## On rajoute union/disjonction

Où puis-je voir “Annie Hall” ou “Manhattan”?

- Algèbre avec **union** (algèbre PSJRU)

$$\pi_{Salle}(\sigma_{Titre="Annie Hall"}Pariscope \cup \sigma_{Titre="Manhattan"}Pariscope)$$

- **Plusieurs règles**

$$ans(x_t) \leftarrow Pariscope(x_t, \text{“Annie Hall”}, x_s)$$

$$ans(x_t) \leftarrow Pariscope(x_t, \text{“Manhattan”}, x_s)$$

- Calcul avec **disjonction**  $\vee$

$$\{x_t \mid \exists x_s (Pariscope(x_t, \text{“Annie Hall”}, x_s) \vee Pariscope(x_t, \text{“Manhattan”}, x_s))\}$$

Autres possibilités:

- Sélection plus complexes

$$\pi_{Salle}(\sigma_{Titre="Annie Hall" \vee Titre="Manhattan"}Pariscope)$$

- Constantes plus complexes

$$\pi_{Salle}(Pariscope \bowtie \{\langle Titre : \text{“Annie Hall”} \rangle, \langle Titre : \text{“Manhattan”} \rangle\})$$

## On rajoute l'union (2)

Théorème d'équivalence reste vrai

Problème avec le calcul :  $\{x, y \mid R(x) \vee R(y)\}$   
Infini si on n'est pas prudent  $\rightarrow$  formules sûres

## On rajoute la différence/négation

Dans quel film d'Hitchcock, n'a-t-il pas joué?

Quels films passent au Gaumont Opéra mais pas au Réal?

Algèbre relationnelle : PSJRU + **différence**

Calcul relationnel :  $\exists, \wedge, \vee, \neg, \forall$

Règles : négation dans le corps des règles

$\pi_{Titre} \sigma_{Directeur="Hitchcock"}(Film) - \pi_{Titre} \sigma_{Acteur="Hitchcock"}(Film)$

nr-datalog<sup>+</sup> par l'exemple

$$ans(x) \leftarrow Film(x, "Hitchcock", z), \\ \neg Film(x, "Hitchcock", "Hitchcock")$$
$$Hitch-Acteur(z) \leftarrow Film(x, "Hitchcock", z) \\ not-ans(x) \leftarrow Film(x, y, z), \neg Hitch-Acteur(z) \\ ans(x) \leftarrow Film(x, y, z), \neg not-ans(x)$$

Note: vérifier l'exemple

# Calcul relationnel

On rajoute au calcul conjonctif  $\neg, \vee, \forall$

$\varphi \vee \psi \equiv \neg(\neg\varphi \wedge \neg\psi)$ , et  $\forall x\varphi \equiv \neg\exists x\neg\varphi$

Terme : constante ou variable

Atome :  $R(e_1, \dots, e_n)$  ( $R$  nom de relation,  $n = \text{arité}(R)$ , chaque  $e_i$  est un terme)

Formules de base : atomes sur  $\mathbf{R} + e = e'$

Formules bien-formées

(a)  $\neg\varphi$

(b)  $(\varphi \wedge \psi), (\varphi \vee \psi)$

(c)  $\exists x \varphi, \forall x \varphi$

$\varphi \rightarrow \psi \equiv \neg\varphi \vee \psi$

$\varphi \leftrightarrow \psi \equiv (\varphi \wedge \psi) \vee (\neg\varphi \wedge \neg\psi)$

# Calcul relationnel

## Variables libres et liées

littéral  $P$  :  $free(P)$  = variables de  $P$

$$free(\varphi \wedge \psi) = free(\varphi) \cup free(\psi) \quad free(\varphi \vee \psi) = free(\varphi) \cup free(\psi)$$

$$free(\neg\varphi) = free(\varphi)$$

$$free(\exists x\varphi) = free(\varphi) - \{x\} \quad free(\forall x\varphi) = free(\varphi) - \{x\}$$

Requêtes :  $\{e_1, \dots, e_n \mid \varphi\}$

variables de  $e_1, \dots, e_n$  sont les variables libres de  $\varphi$

$$\{x_t \mid \exists x_a Film(x_t, \text{“Hitchcock”}, x_a) \wedge \neg Film(x_t, \text{“Hitchcock”}, \text{“Hitchcock”})\}$$

$$\begin{aligned} \{x_t \mid & \exists x_d, x_a Film(x_t, x_d, x_a) \wedge \\ & \forall y_a (\exists y_d Film(x_t, y_d, y_a) \\ & \rightarrow \exists z_t Film(z_t, \text{“Hitchcock”}, y_a))\} \end{aligned}$$



# Sémantique du calcul

Problème : résultat fini

$$\begin{aligned} (\textit{non-sure-1}) \quad & \{x \mid \neg \textit{Film}(\textit{"Cries and Whispers"}, \textit{"Bergman"}, x)\} \\ (\textit{non-sure-2}) \quad & \{x, y \mid \textit{Film}(\textit{"Cries and Whispers"}, \textit{"Bergman"}, x) \\ & \quad \vee \textit{Film}(y, \textit{"Bergman"}, \textit{"Ullman"})\} \end{aligned}$$

Solution A : variables prennent leurs valeurs dans le domaine actif

Solution B : interdire les requêtes non-sures ←

$$\textit{non-sure-3} \quad \{x \mid \forall y R(x, y)\}$$

Résultats intermédiaires non finis

# Sémantique domaine actif

valuations  $\nu$  de  $free(\varphi)$  dans  $adom(q, \mathbf{I})$

$\mathbf{I}$  satisfait  $\varphi$  pour  $\nu$

$\mathbf{I} \models_{adom} \varphi[\nu]$

(a)  $\varphi = R(u)$  et  $\nu(u) \in \mathbf{I}(R)$ ;

(b)  $\varphi = (s = s')$  et  $\nu(s) = \nu(s')$ ;

(c)  $\varphi = (\psi \wedge \xi)$  et  $\mathbf{I} \models_{adom} \psi[\nu]$  et  $\mathbf{I} \models_{adom} \xi[\nu]$ ;

(d)  $\varphi = (\psi \vee \xi)$  et  $\mathbf{I} \models_{adom} \psi[\nu]$  ou  $\mathbf{I} \models_{adom} \xi[\nu]$ ;

(e)  $\varphi = \neg\psi$  et  $\mathbf{I} \not\models_{adom} \psi[\nu]$ ,

(f)  $\varphi = \exists x \psi$  et pour quelque  $c \in adom$ ,  $\mathbf{I} \models_{adom} \psi[\nu \cup \{x/c\}]$ ; ou

(g)  $\varphi = \forall x \psi$  et pour chaque  $c \in adom$ ,  $\mathbf{I} \models_{adom} \psi[\nu \cup \{x/c\}]$ .

Sémantique d'une requête

$$q_{adom}(\mathbf{I}) = \{\nu(\langle e_1, \dots, e_n \rangle) \mid \mathbf{I} \models_{adom} \varphi[\nu], \\ \nu \text{ est une valuation sur } free(\varphi) \\ \text{dont l'image } \subseteq adom\}.$$

## Exercice : la division

Opération redondante

$I$  sur  $X$ ,  $J$  sur  $Y \subset X$ ,

$$\text{sort}(I \div J) = \text{sort}(I) - \text{sort}(J)$$

$$I \div J = \{u \mid \forall v \in J, [u, v] \in I\}$$

Exemple: Quels acteurs jouent dans tous les films de Hitchcock?

$$\pi_{\text{Title}, \text{Actor}} \sigma_{\text{Director} = \text{Hitchcock}}(\text{Movies})$$
$$\div$$
$$\pi_{\text{Title}} \sigma_{\text{Director} = \text{Hitchcock}}(\text{Movies})$$

## Exercice : Complément de jointure

$I$  sur  $X$ ,  $J$  sur  $Y$ ,  $X \cap Y = Z$

$sort(I \bowtie J) = X$ ,

$$I \bowtie J = \{x \in I \mid \pi_Z(x) \notin \pi_Z(J)\}$$

# Résultats

Théorème d'équivalence

algèbre  $\leftrightarrow$  calcul  $\leftrightarrow$  nr-datalog<sup>-</sup>

Non-monotonie (différence)

Fermeture sous composition (à cause de l'algèbre)

Minimalité des opérateurs de l'algèbre Projection Sélection Jointure

Renommage Différence Union

Faible complexité (logspace, ptime, NC)

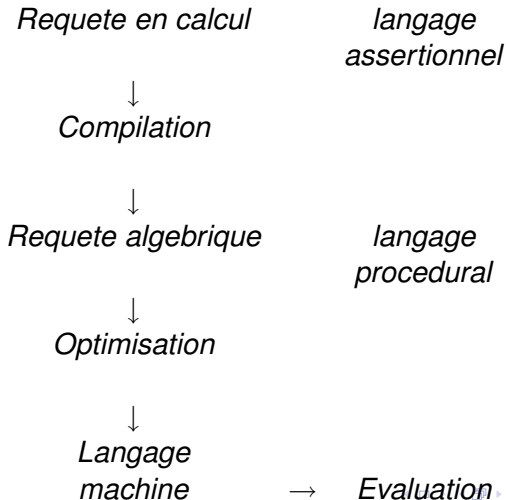
Tests d'équivalence et d'inclusion sont indécidables - donc optimisation difficile

Décidable pour les requêtes conjonctives - optimisation principalement pour RQ

# De la théorie à la pratique

Algèbre et calcul relationnels sont équivalents

La traduction de l'un à l'autre est facile



# Merci